12　电磁感应

任课教师　曾灏宪

中原工学院　理学院

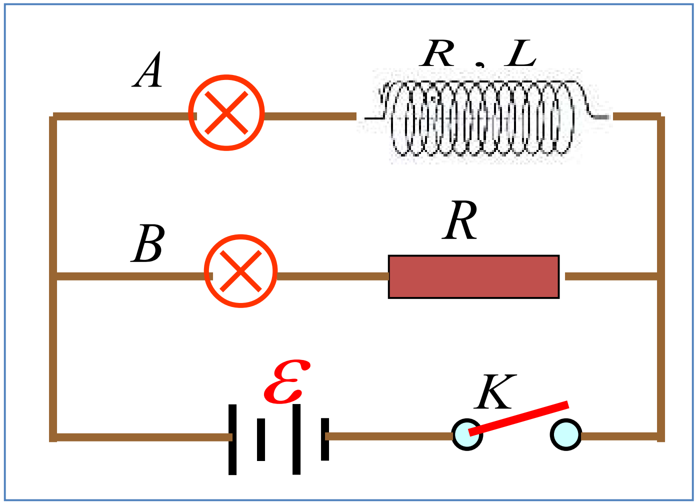
大学物理（下）

12　电磁感应

12.3　自感和互感

一 自感电动势 自感

1. 自感现象



由于回路中电流变化，引起穿过回路包围面积的全磁通变化，从而在回路自身中产生感生电动势的现象叫自感现象。

自感电动势ε_L

2. 自感系数

定义： $L = \dfrac{\psi_m}{I}$

- 自感系数的数值等于回路中通过单位电流时的磁通量。
- 实验表明，自感 L 与回路的匝数、形状和大小以及周围介质的磁导率有关。
- 单位：1 亨利 (H) = 1 韦伯 / 安培 (1 Wb / A)

3. 自感电动势

由法拉第电磁感应定律 $\varepsilon_L = -\dfrac{\mathrm{d}\psi_m}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\mathrm{d}(LI)}{\mathrm{d}t}$

若 L 为常数，自感电动势为 $\varepsilon_L = -L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$

负号：ε_L 总是阻碍 I 的变化

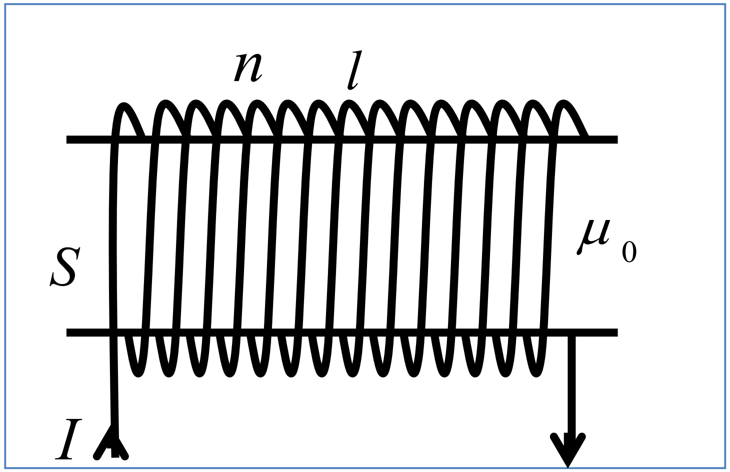
L： 描述线圈电磁惯性的大小 —— 物理意义

- $\dfrac{dI}{dt}$ 一定，$L\uparrow$，$|\varepsilon_L|\uparrow$，线圈阻碍 I 变化的能力越强.
- 自感系数具有使回路电流保持不变的性质.

4. 计算 L

设 I → $\vec{B}$ 分布 → 求 $\psi_m = N\int_s \vec{B}\cdot d\vec{S}$ → $L = \dfrac{\psi_m}{I}$

例：求长直螺线管置于真空中的自感系数（$n, V = lS, \mu_0$）



解： 设长直螺线管载流 I

$$B = \mu_0 nI = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

穿过每匝线圈的磁通量为

$$\phi_m = BS = \mu_0 \frac{NI}{l} S$$

$$\psi_m = N\phi_m = \mu_0 \frac{N^2 IS}{l} = \mu_0 n^2 IV$$

$$\boxed{L = \frac{\psi_m}{I} = \mu_0 n^2 V}$$

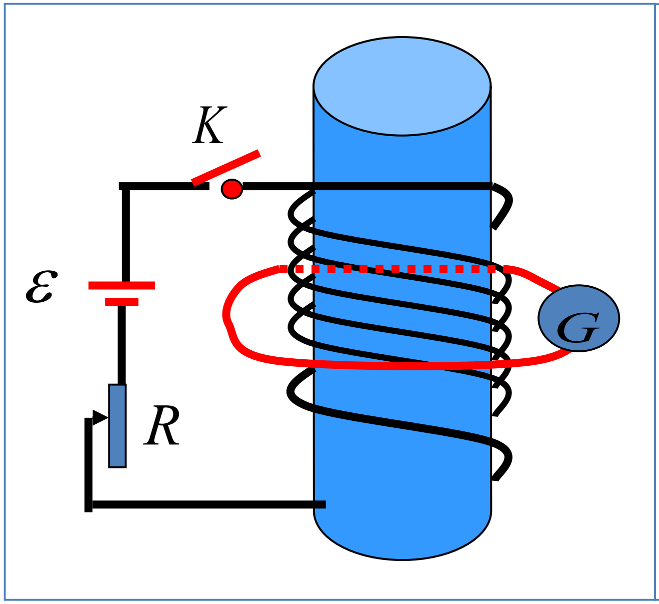
提高L的途径：

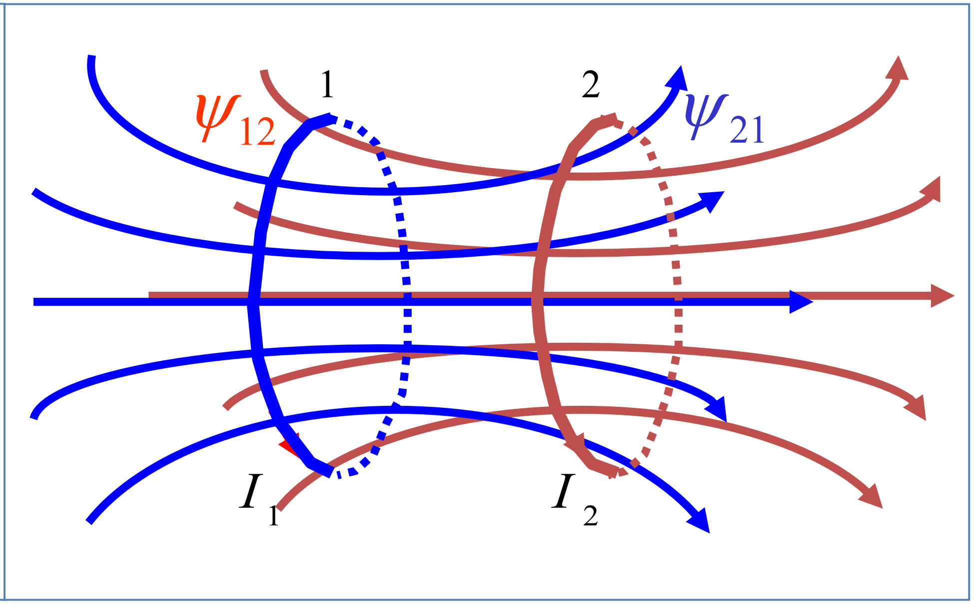
- 增大 V
- 提高 n
- 放入 μ值高的介质

实用

二 互感电动势 互感

1. 互感现象





I_1 变化 $\longrightarrow$ ψ_{21} 变化 $\longrightarrow$ 线圈2中产生 ε_{21}

I_2 变化 $\longrightarrow$ ψ_{12} 变化 $\longrightarrow$ 线圈1中产生 ε_{12}

一个载流回路中电流变化，引起邻近另一回路中产生感生电动势的现象 — 互感现象。

互感电动势

2. 互感系数

当线圈几何形状、相对位置、周围介质磁导率均一定时

（实验表明）

$$\psi_{21} = N_2\phi_{21} \propto I_1 \qquad \psi_{21} = M_{21} I_1$$

$$\psi_{12} = N_1\phi_{12} \propto I_2 \qquad \psi_{12} = M_{12} I_2$$

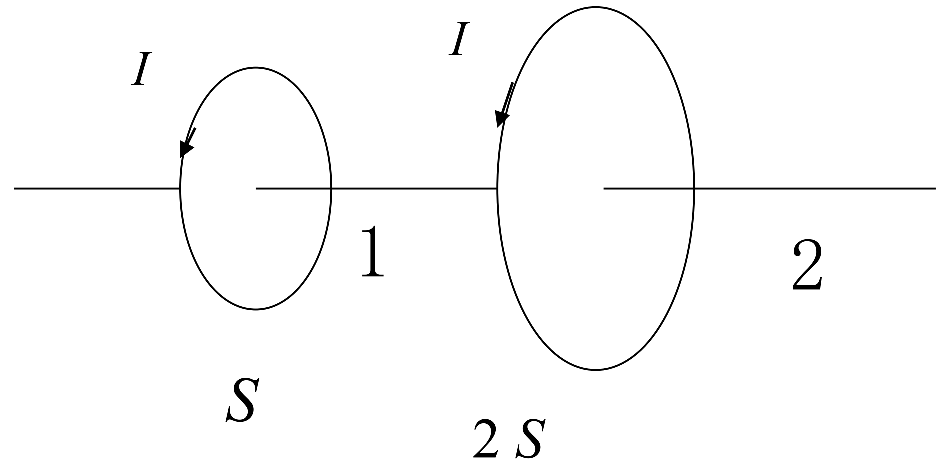
$$\left.\begin{matrix}\psi_{21} = M_{21} I_1 \\ \psi_{12} = M_{12} I_2\end{matrix}\right\} M_{12} = M_{21} = M$$

互感系数 M

$$\boxed{M = \frac{\psi_{21}}{I_1} = \frac{\psi_{12}}{I_2}}$$

当一回路中通过单位电流时，引起的通过另一回路的全磁通。

线圈1的电流产生的通过线圈2的磁通量用 ϕ_{21} 表示，线圈2的电流产生的通过线圈1的磁通量用 ϕ_{12} 表示，求 ϕ_{21} 和 ϕ_{12} 的大小关系



解：因两线圈的互感系数相同. 即

$$M = \frac{\phi_{21}}{I_1} = \frac{\phi_{12}}{I_2}$$

$$\because I_1 = I_2 \qquad \therefore \phi_{21} = \phi_{12}$$

3. 互感电动势

$$\varepsilon_{21} = -\frac{\mathrm{d}\psi_{21}}{\mathrm{d}t} = -M\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t}$$

$$\varepsilon_{12} = -\frac{\mathrm{d}\psi_{12}}{\mathrm{d}t} = -M\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

4. 计算

设I_1 $\longrightarrow$ **I_1的磁场分布** $\vec{B}_1$ $\longrightarrow$ **穿过回路2的** ψ_{21}

$$\psi_{21} = N_2 \int_{s_2} \vec{B}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{S} \longrightarrow \text{得} \quad M = \frac{\psi_{21}}{I_1}$$

练习：

已知：$l = 20\ \mathrm{cm},\quad d = 1.5\,\mathrm{cm},\ L = 1.0\times 10^{-4}\ \mathrm{H}$

求：(1) 该螺线管应该绕多少匝？

(2) 实际上绕的匝数应该比理论值多还是少，为什么？

解：

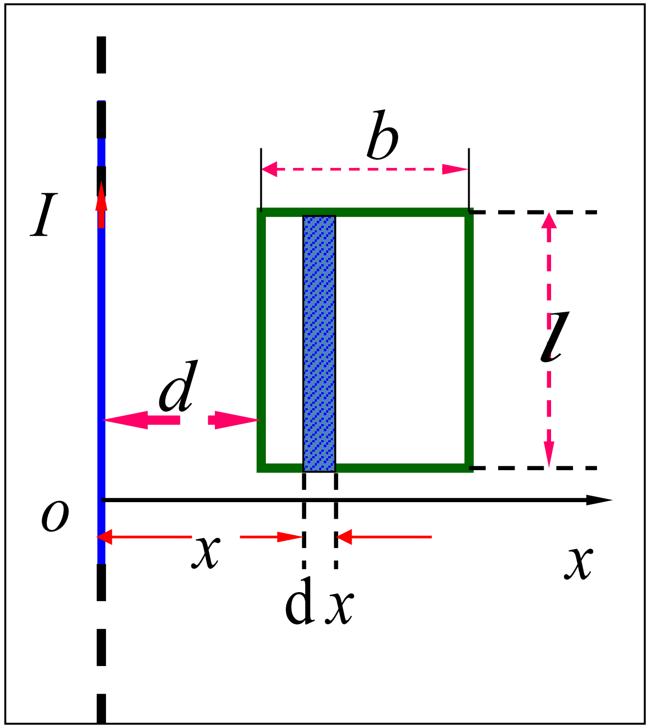
(1) $$L = \mu_0 n^2 V = \mu_0 \left(\frac{N}{l}\right)^2 l \cdot \frac{\pi d^2}{4}$$

$$N = \sqrt{\frac{4lL}{\mu_0 \pi d^2}} \approx 300\ 匝$$

(2) 实际上不可能真正线密绕、$\vec{B}$ 线泄漏，绕的匝数要多一些。

例 1 一无限长直导线与一宽长分别为 b 和 l 的矩形线圈共面,直导线与矩形线圈的一侧平行,且相距为 d. **求**二者的互感系数.

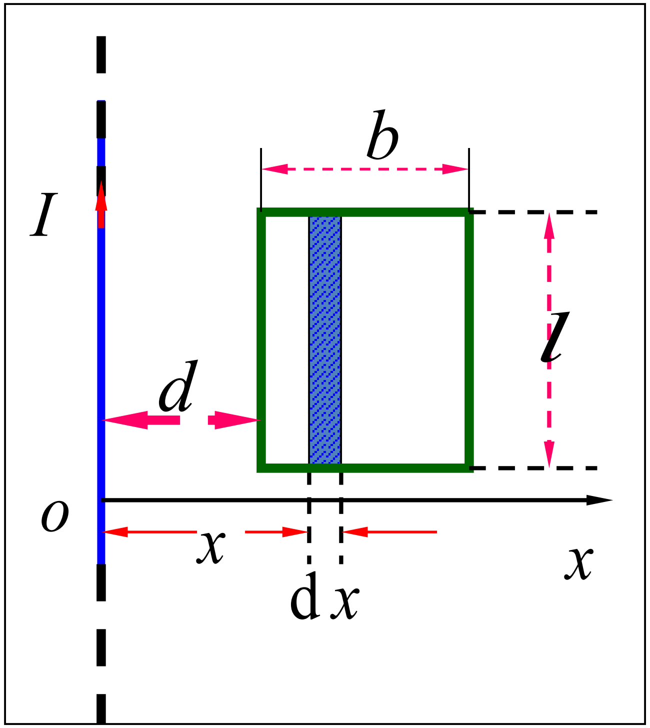
解析 设长直导线通电流 I



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

$$\mathrm{d}\Phi = \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l \mathrm{d}x$$

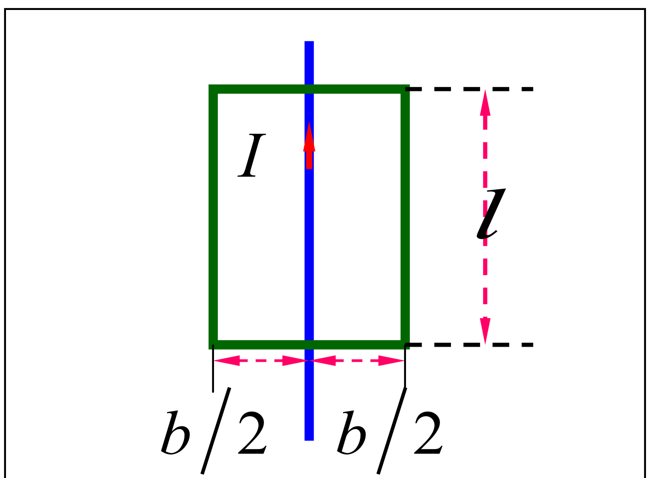
$$\Phi = \int_d^{d+b} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l \mathrm{d}x$$



$$\Phi=\int_{d}^{d+b}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}l\,\mathrm{d}x$$

$$=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\left(\frac{b+d}{d}\right)$$

$$M=\frac{\Phi}{I}=\frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\left(\frac{b+d}{d}\right)$$



若导线如左图放置，根据对称性可知 $\Phi=0$

得 $M=0$

5. 互感的应用

（1）变压器的应用；

（2）电流互感器套在电路上，可测大电流和保护线路；

（3）钳形安培表测回路中交流电大小；

（4）感应线圈使低压直流电变为高压脉冲，形成高压放电，用于点火装置等;

（5）电焊机利用互感产生低压大电流熔化金属进行焊接.

（6）电子线路中的互感是一个重要的元件.

互感也会引起有害的干扰，在设计电路时必须合理布局，并采取有效的屏蔽措施.

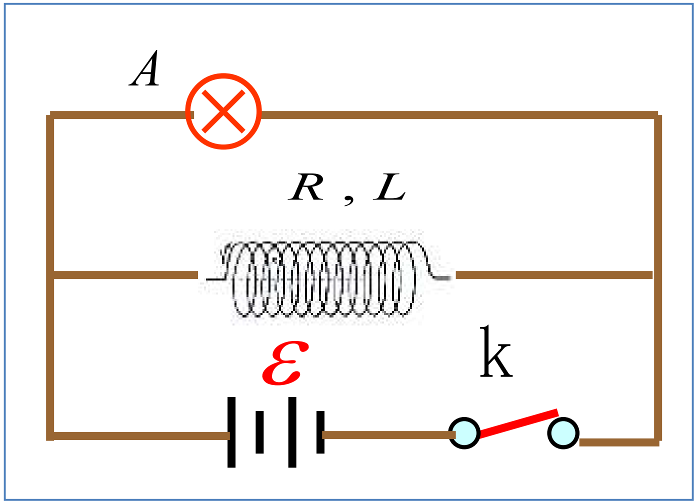
大学物理（下）

12　电磁感应

12.4 磁场的能量和能量密度

一. 磁能的来源

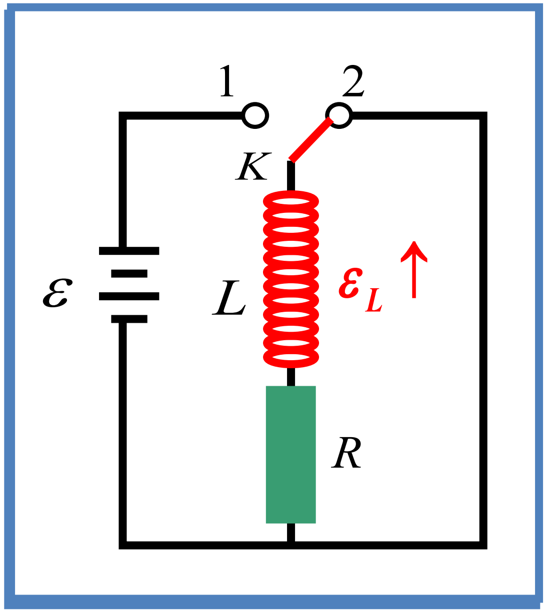
实验分析



结论：在通有电流的线圈中存在能量 —— 磁能

自感为 L 的线圈中通有电流 I_0 时所储存的磁能为电流 I_0 消失时自感电动势所做的功

二. 自感磁能



$K \rightarrow 1 \qquad I_0 = \dfrac{\varepsilon}{R}$

K 由 $1 \rightarrow 2 \qquad \varepsilon_L = -L\dfrac{dI}{dt} = IR$

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R\,dt}{L} \qquad \int_{I_0}^{I}\frac{dI}{I} = -\int_0^t \frac{R}{L}dt$$

$$\ln\frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L}t \qquad I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{R}{L}t}$$

电流由 $I \rightarrow 0$ 过程中自感电动势所做的功等于线圈中储存的磁能。

$$\mathrm{d}A = \varepsilon_L I\mathrm{d}t = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}\cdot I\mathrm{d}t = -LI\,\mathrm{d}I$$

$$A = \int \mathrm{d}A = -\int_I^0 LI\,\mathrm{d}I = \frac{1}{2}LI^2$$

自感磁能： $$W_m = A = \frac{1}{2}LI^2$$

三 . 磁场能量

以长直螺线管为例 $L = \mu_0 n^2 V$ $B = \mu_0 nI$

$$W_m = \frac{1}{2}(\mu_0 n^2 V)\cdot\left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}\cdot V$$ （均匀磁场）

磁能密度：磁场单位体积内的能量

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad \text{(普适)}$$

四. 磁场能量的计算

1. 均匀磁场 $W_m = w_m V = \frac{B^2}{2\mu_0} V$

2. 非均匀磁场 $W_m = \int_V w_m \mathrm{d}V = \int_V \frac{B^2}{2\mu_0} \mathrm{d}V$

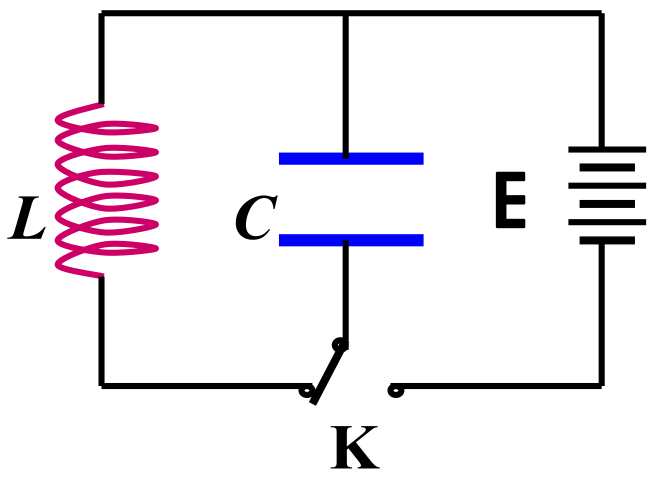
3.自感系数一定的自感回路 $W_m = \frac{1}{2} L I^2$

大学物理（下）

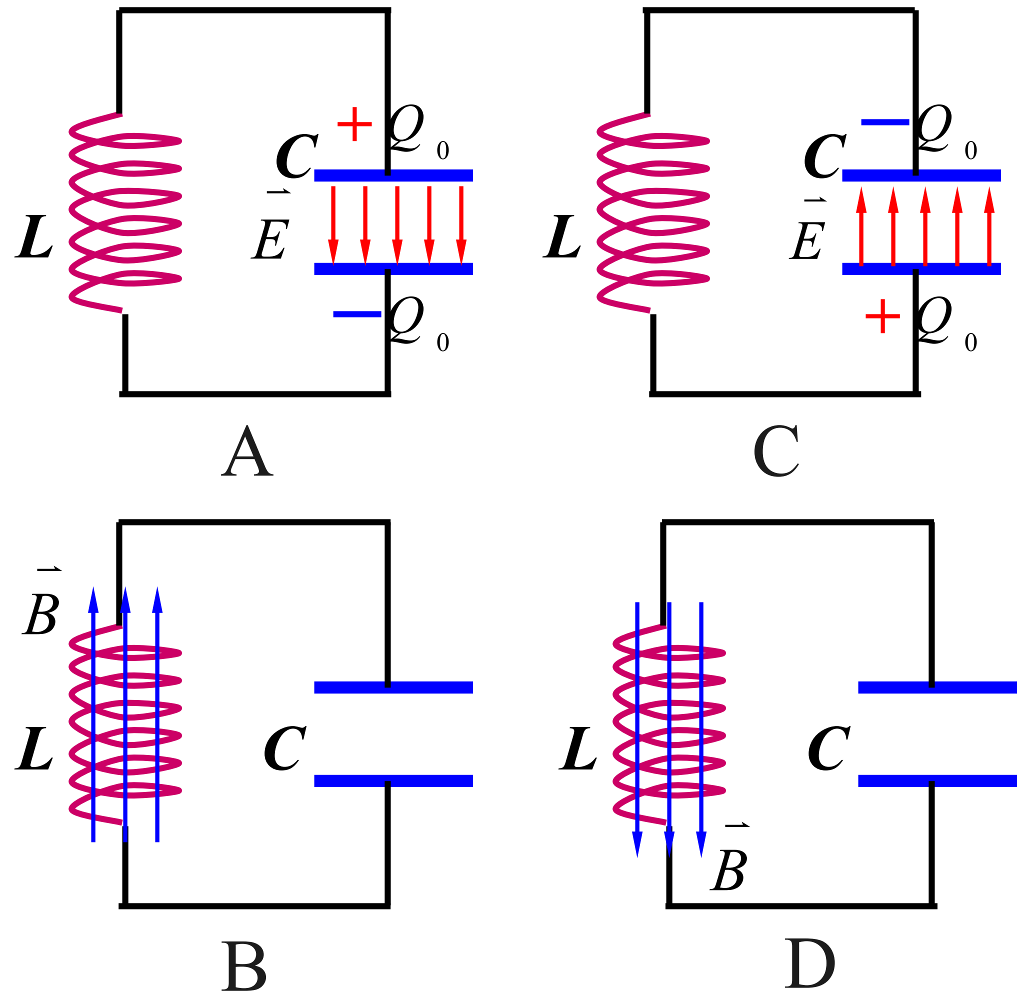
12　电磁感应

12.6 电磁振荡 电磁波

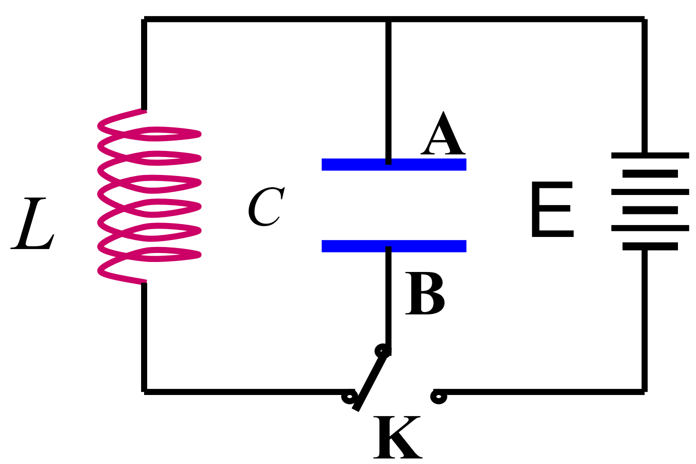
一　振荡电路 无阻尼自由电磁振荡



LC 电磁振荡电路



➢ 无阻尼电磁振荡的振荡方程



LC 电磁振荡电路

$$-L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=V_A-V_B=\frac{q}{C}$$

$$i=\mathrm{d}q/\mathrm{d}t \qquad \frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}=-\frac{1}{LC}q$$

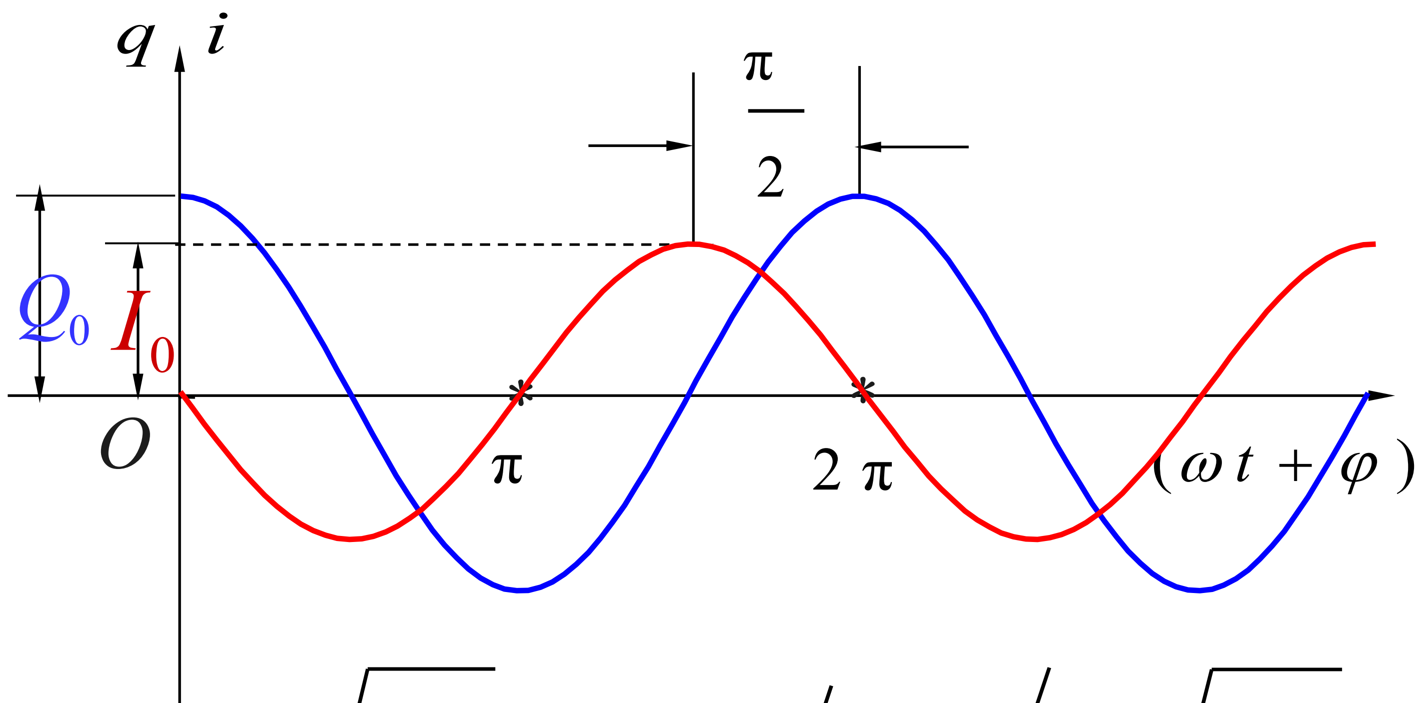
$$\omega^2=1/LC \qquad \frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}=-\omega^2q$$

$$q=Q_0\cos(\omega t+\varphi) \qquad T=2\pi\sqrt{LC}$$

$$i=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=-\boxed{\omega Q_0}\sin(\omega t+\varphi)=\boxed{I_0}\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$

- 无阻尼电磁振荡的振荡方程

$$q=Q_0\cos(\omega t+\varphi)\qquad i=I_0\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$



$$T=2\pi\sqrt{LC}\qquad \nu=1/T=1/2\pi\sqrt{LC}$$

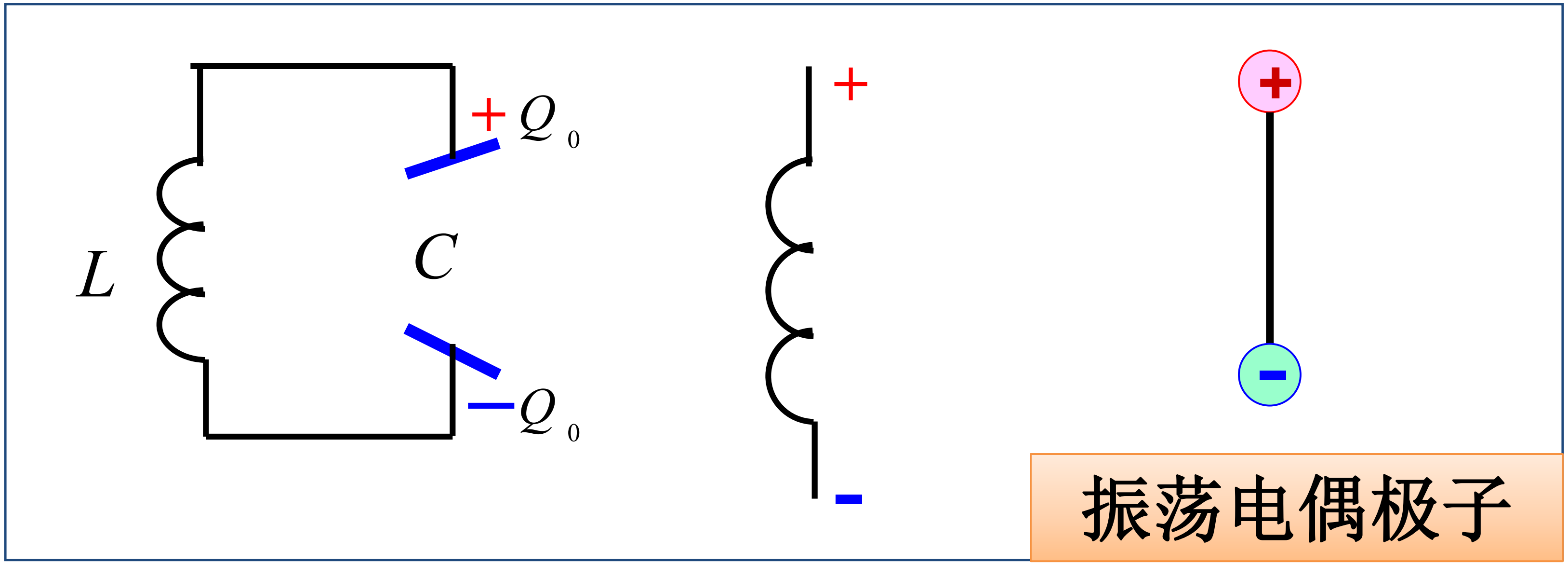
无阻尼自由振荡中的电荷和电流随时间的变化

二　电磁波的产生与传播

变化的电磁场在空间以一定的速度传播就形成电磁波.

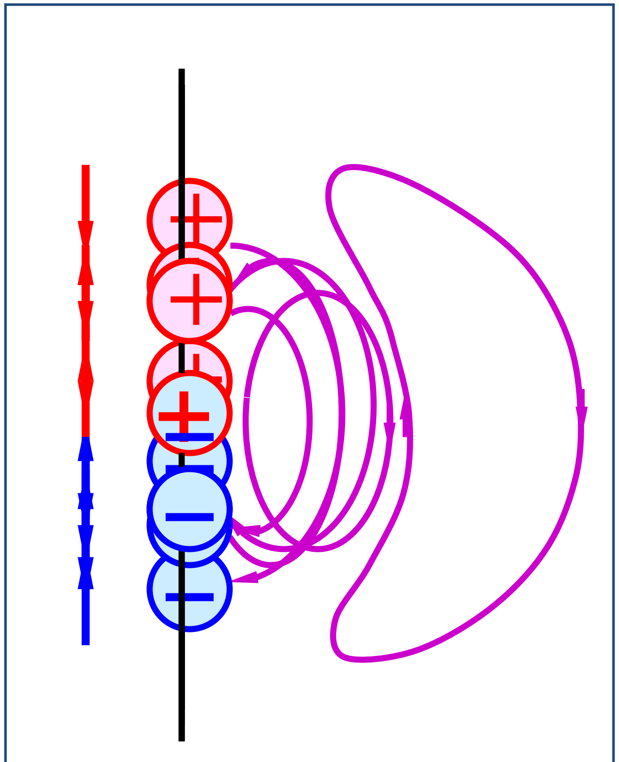
$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{LC}}$$

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

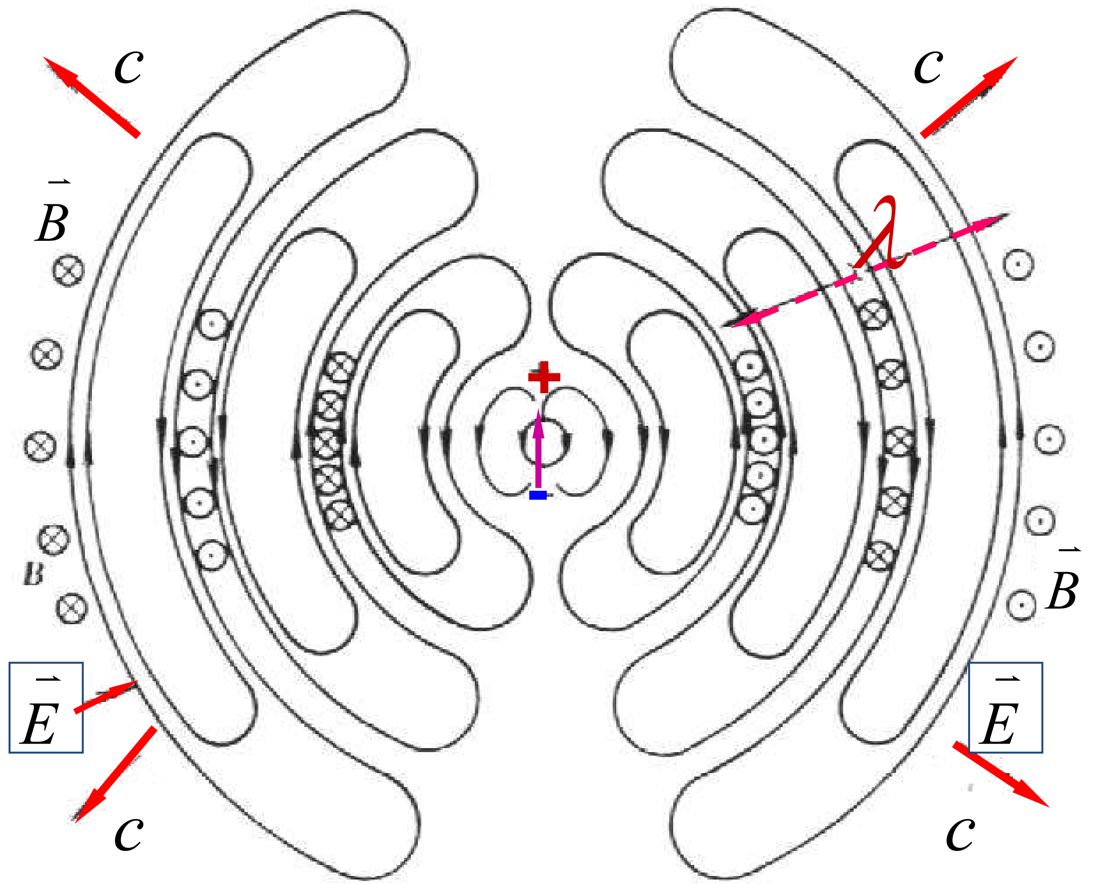


不同时刻振荡电偶极子附近的电场线

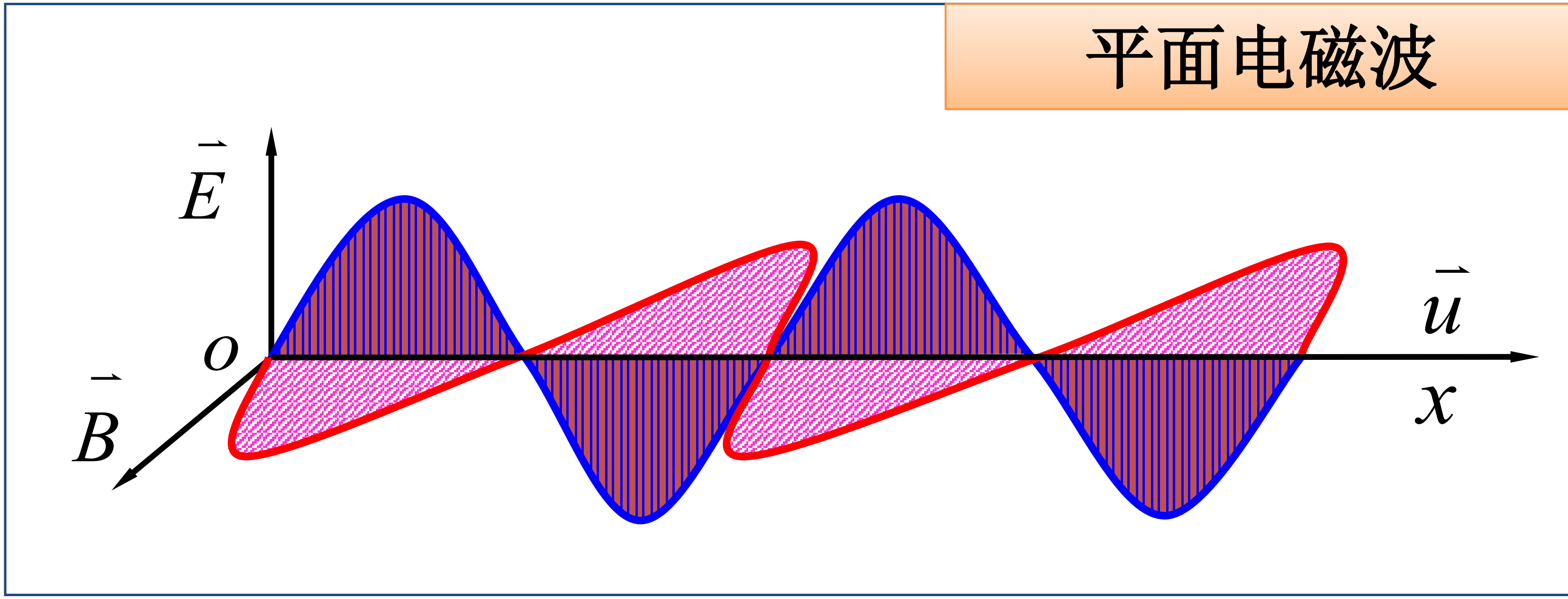
$$p = p_0 \cos \omega t$$

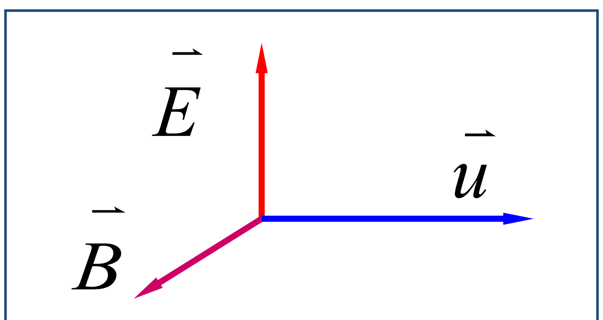


振荡电偶极子附近的电磁场线

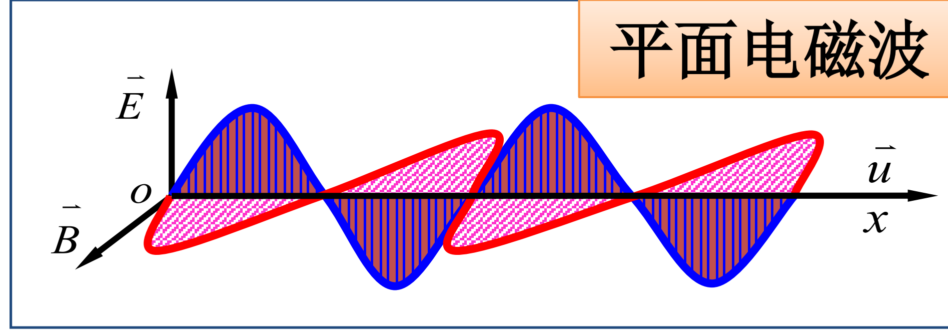


三　真空中的平面电磁波及其特性





$$\begin{cases} E = E_0 \cos \omega \left(t - \dfrac{x}{u}\right) \\ B = B_0 \cos \omega \left(t - \dfrac{x}{u}\right) \end{cases}$$

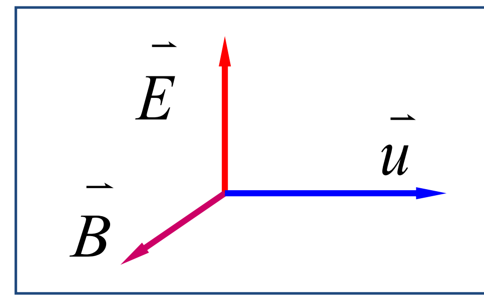


平面电磁波

➢ 电磁波的特性

$$\begin{cases} B = B_0 \cos \omega \left(t - \dfrac{x}{u}\right) = B_0 \cos(\omega t - kx) \\ E = E_0 \cos \omega \left(t - \dfrac{x}{u}\right) = E_0 \cos(\omega t - kx) \end{cases}$$

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$$



1）电磁波是横波 $\vec{E} \perp \vec{u}$， $\vec{H} \perp \vec{u}$ ；

2）$\vec{E}$ 和 $\vec{B}$ 同相位；

3）$\vec{E}$ 和 $\vec{B}$ 数值成比例 $\sqrt{\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu_0} B$ ；

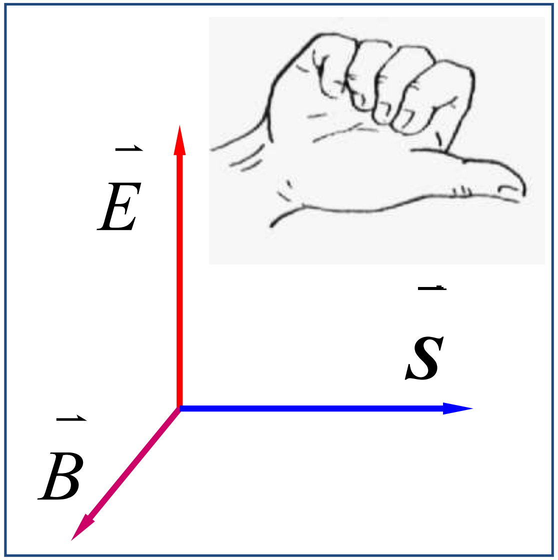
4）真空中电磁波的传播速度等于真空中的光速.

$$u = c = 1 \Big/ \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = 2.998 \times 10^8 \ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

四　真空中电磁波的能量

- **辐射能**　以电磁波的形式传播出去的能量.

电磁波的能流密度 $S = wu$



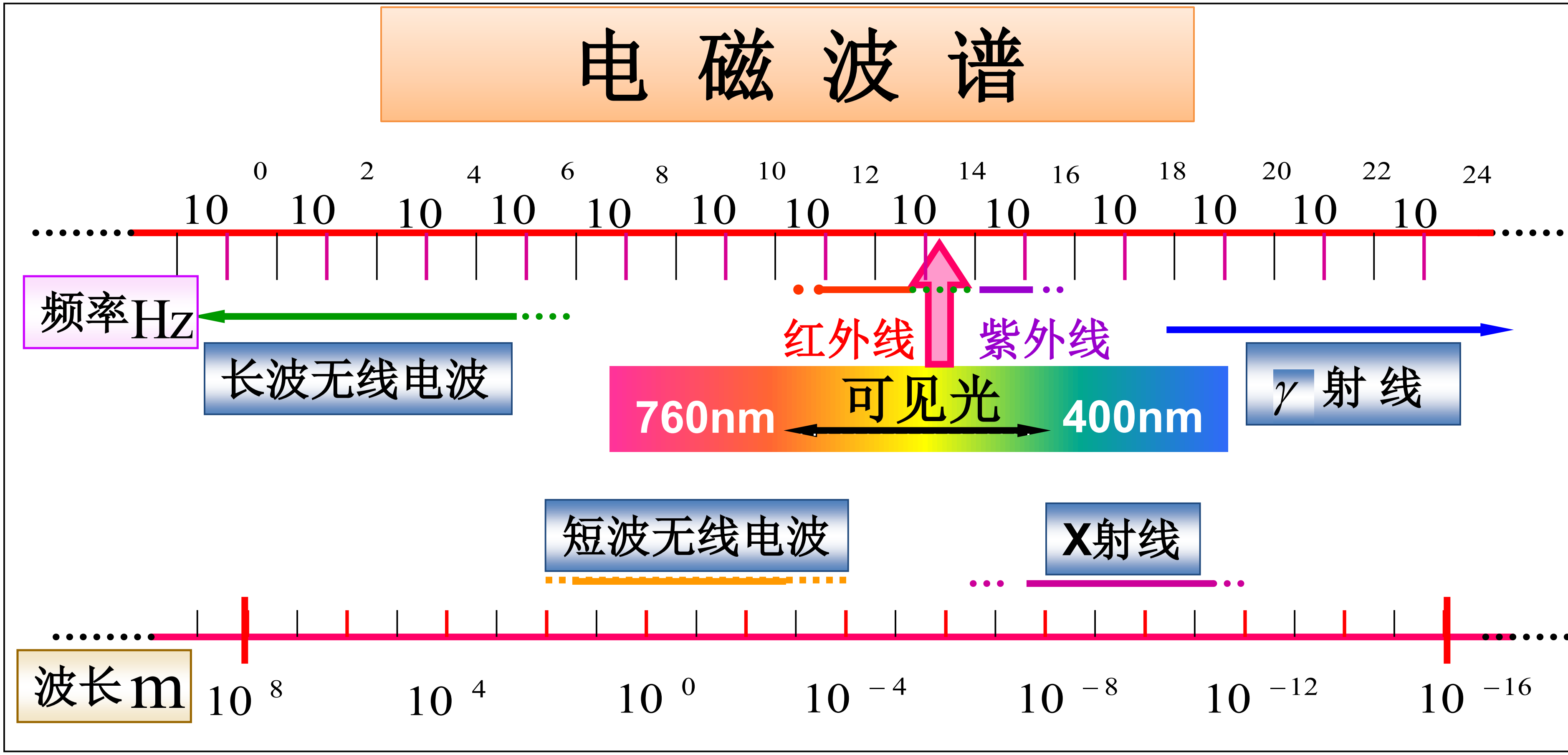
- 电磁场能量密度

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2}(\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 B^2)$$

$$S = \frac{u}{2}(\varepsilon_0 E^2 + \mu_0 B^2) = EB$$

- 电磁波的能流密度（坡印廷）矢量 $\boxed{\vec{S} = \vec{E} \times \vec{B}}$

- 平面电磁波能流密度平均值 $\overline{S} = \frac{1}{2} E_0 B_0$



无线电波 3×10^4 m ~ 0.1cm

红外线 6×10^5 nm ~ 760nm

可见光 760 nm ~ 400 nm

紫外光 400 nm ~ 5nm

x 射线 5 nm ~ 0.04nm

γ 射线 < 0.04 nm

作业

- **P162：14；**

版权声明